

РЕЦЕНЗИЯ

на представеният от **Петя Тодорова Боянова** дисертационен труд на тема: **“Оптимални многоъгълни методи за неконформни крайни елементи”** за присъждане на образователната и научна степен **“Доктор”** по професионално направление **4.5 Математика**, научната специалност **01.01.09 „Изчислителна математика“**

Рецензент: доц. д-р Красимир Георгиев, ИИКТ – БАН

А. Област на изследванията, актуалност, основни цели.

Представеният дисертационен труд е в една актуална и развиваща се област. Той представлява едно завършено изследване свързано с теоретични изследвания, разработване на алгоритми, компютърни програми и приложения при решаване на важни класове задачи с висока размерност.

Основните цели на изследванията в дисертационния труд обхващат следните групи от задачи: (а) разработване и изследване на оптимални преубословители от типа на алгебричните многоъгълни, или както са известни сред специалистите в тази област AMLI преубословители, за двумерни параболични задачи след дискретизация с линейни неконформни крайни елементи на Crouzeix–Raviart; (б) разработване и изследване на оптимални многоъгълни методи за решаване на двумерни елиптични гранични задачи в смесена форма след дискретизация с линейни неконформни крайни елементи; (в) създаване на съставен метод за решаване на нестационарните уравнения на Navier–Stokes с използване на оптимални многоъгълни преубословители след прилагане на локално-консервативна дискретизация с неконформни крайни елементи; (г) програмна реализация на създадените нови алгоритми, компютърни експерименти и анализ на получените резултати.

Предмет на изследване в представения дисертационен труд е ефективното решаване на сложни задачи с голяма размерност. Понятието „голяма размерност“ е едно от най-бързоменящите се понятия и изцяло зависи от производителността и другите параметри на съвременните високопроизводителни компютърни архитектури. Независимо обаче, от прогреса в изчислителната техника, от особена важност за ефективното решаване на големи и свръхголеми сложни задачи са достиженията в областта на числените методи и алгоритмите за тяхната компютърна реализация. Такава е представената работа и такива са научните приноси на докторанта Петя Боянова.

Ако искаме да характеризираме с няколко думи **методологията на изследването** то ще споменем понятия като изчислителна сложност на алгоритми, скорост на сходимост, метод на спрегнатия градиент с преубославяне, спектрално число на обусловеност, усилено неравенство на Коши-Буняковски-Шварц (CBS), оптимални многонивови методи.

Б. Дисертацията, в обем от 135 страници, се състои от увод, четири глави, заключение и литература. Библиографията включва 79 заглавия, от които 75 на английски език, три на български език и едно на руски език. От цитираните заглавия 35 са публикувани след 2001 г., т. е. в последните десет години. Според рецензента всички посочени източници в библиографията правилно са цитирани в текста на дисертационния труд. В дисертацията има 18 фигури и 16 таблици.

Уводът е в обем от четири страници. В него дисертанта е представил мотивацията си за подготвянето на представената дисертация. В подробности и в дълбочина е направен обзор на основните резултати постигнати в предметната област. Дадени са някои от основните дефиниции, описани са методологията на изследванията и основните задачи, които са стояли пред дисертанта при разработването на представената дисертация. В резюме е представено съдържанието на отделните глави. Тук могат да се намерят и списъците с научните публикации на докторанта по темата на дисертацията, с апробацията на резултатите и с участието на докторанта в научни проекти.

Получените и представени за защита резултати са оформени в следващите четири глави, които са структурирани добре и се четат без затруднения.

Първа глава (28 стр.) е едно естествено продължение на уводната глава, в която се продължава анализа на състоянието на изследванията по проблема досега. В нея се прави едно обстойно въведение в предметната област. Представени са основни факти и резултати от метода на крайните елементи (МКЕ), метода на спрегнатия градиент (CGM) и неговия вариант с преубославяне (PCGM), обобщения метод на спрегнатия градиент с преубославяне и алгебричния многонивов итерационен метод (AMLI). Специално внимание е обърнато на константата в усиленото неравенство на CBS и на адитивните и мултипликативни двунивови преубословители. Въведени са неконформните крайни елементи и е обърнато специално внимание на елементите на на Crouzeix–Raviart.

Втора глава (обем от 32 стр.) е посветена на конструирането на оптимални робастни многонивови преубословители за параболични задачи, които са дискретизирани с неконформни крайни елементи на Crouzeix–Raviart. По направеното изложение има две публикации, които са излезли от печат.

Представен е оригинален теоретичен и числен анализ на техники за преубославяне на параболични задачи, които обобщават методи за многонивово преубославяне на елиптични задачи. Представени са и направените сравнения на двунивови разделяния в случаите на използване на конформни и неконформни елементи, които показват предимствата на неконформните крайни елементи при задачи със силно изразена мрежова анизотропия. Разгледани са подробно двата подхода за построяване на AMLI преубословители – DA (diferences and aggregates) и FR (first reduce). Изведена е оценка за константата на CBS в случая на DA разделяне на матрицата на масата. След направен теоретичен анализ са предложени два подхода за конструиране на оптимален многонивов прубословител, които се различават по начина, по който се апроксимира текущото допълнение на Shur – посредством матрицата на системата или посредством специална модификация на тази матрица. В последния параграф на тази глава са представени резултати от численото изследване на предложените многонивови преубословители. Разгледани са две интересни моделни задачи с

цел да се илюстрира влиянието на мрежовата анизотропия върху сходимостта на итерационния метод (Задача 2.6.1) и това какво е поведението на многонивовите методи, когато решаваната задача е нестационарна, а началното условие е прекъсната функция (Задача 2.6.2), като са използвани както DA, така и FR AMLI преубословители. Направени са сравнения с използване на алгебричен мултигрид преубословител, като компютърните експерименти ясно показват предимството на нелинейните AMLI преубословители при силно анизотропни задачи. Получените резултати са визуализирани в пет таблици и осем фигури, анализирани са и са направени съответните изводи и заключения.

Рецензентът е съгласен с описаните приноси представени в Глава „Заключение“ (1. и 2. на стр. 124 и 6. на стр.125), касаещи постиженията в Глава 2.

Трета глава (обем от 28 стр.) е посветена на конструирането на многонивови преубословители за системи, чиито коефициентни матрици имат структурата на граф-лапласиан с тегла. По направеното изложение има две публикации, които са излезли от печат и една, която е изпратена за публикуване.

Показано е как задача със седлова точка, каквато се получава при използване на смесен метод на крайните елементи, може да се сведе към задача за решаване на система със симетрична и положително полуопределена коефициентна матрица. Тази матрица е със структура на граф-лапласиан и няма обичайното в МКЕ представяне като сума от съответните елементни матрици. За преодоляване на този проблем се въвеждат локални макроелементни матрици, които не са асоциирани с елементите от дискретизацията, а с техните страни и коефициентната матрица се представя като сума именно от тези локални матрици. С цел конструиране на ефективни AMLI преубословители е предложено подходящо йерархично разделяне на граф-лапласиани. На базата на това разделяне е предложен и изследван преубословител за водещия диагонален блок, при който е използван подход с полиномиално апроксимация на обратна матрица. В последния параграф на трета глава са представени резултатите от проведените числени експерименти с методите и алгоритмите предложени от дисертанта върху моделна задача.

Получените резултати за броя итерации в метода на спрегнатия градиент с преубославяне при различни стойности на основните параметри на дискретизацията и вида на преубословителя са визуализирани в осем таблици, анализирани са и са направени съответните изводи и заключения.

Рецензентът е съгласен с описаните приноси представени в Глава „Заключение“ (3. и 4. на стр. 124 и 6. на стр.125) , касаещи постиженията в Глава 3.

Четвърта глава (обем от 16 стр.) е посветена на конструиране на ефективни алгоритми за решаване на нестационарната система от уравнения на Navier-Stokes. Те се базират на представените в предишните две глави методи, алгоритми и подходи и се отнасят към една важна област на прилоения, каквато е изчислителната динамика на флуидите. По направеното изложение има две публикации, които са излезли от печат.

Предложен е нов оригинален алгоритъм, който осигурява оптимално сложност на числения метод. Той е конструиран на базата на използване на устойчива, локално-консервативна крайно-елементна дискретизация с неконформни елементи със запазване на локалната консервативност. Използват се многоновови преубословители на системите, които се появяват в конвективно-дифузионната и проекционната стъпка в проекционен алгоритъм за решаване на нестационарната система от уравнения на Navier-Stokes. В последния параграф на главата са описани проведените компютърни експерименти и са представени и анализирани резултатите от тях. Разгледана е една интересна от парктическа гледна точка моделна задача за течение породено от движение на безкраен капак по повърхността на контейнер пълен с флуид. Задачата е разгледана в двумерна постановка с условия за непротичане по стените на контейнера и константна скорост на движещия се капак. Резултатите от порведените есперименти като брой итерации са представени в три таблици за стойности на числото на Reynolds, съответно 100, 400 и 1000. От тях се вижда, че броят на итерациите, както и наблюдаваната стабилизация, съответстват на резултатите представени в Глава 3. На три фигури са представени съответно, скалираното векторно поле за различни стъпки по времето (показва изменението на профила на течението), полето

на вихъра и нормата на векторите на скоростта на последната стъпка по времето.

Рецензентът е съгласен с описаните приноси представени в Глава „Заключение“ (5. и 6. на стр.125), касаещи постиженията в Глава 4.

В. Рецензираната дисертация за получаване на образователната и научна степен „доктор“ представлява съдържателен научно-изследователски труд, който е резултат от системната работа на автора в съответната и описана по-горе, предметна област. Дисертацията включва, както важни и направени с професионализъм теоретични изследвания, така и множество компютърни експерименти. Има ясно изразен и напълно завършен цикъл “теория – софтуер – компютърен експеримент – анализ, изводи и препоръки”. Стилът на изложение е коректен и ясен. Специално внимание искам да обърна върху направения от дисертанта обзор на изследванията в областта на дисертацията, който е много задълбочен и професионален.

Г. Списъкът от публикации на Петя Боянова, представени за участие в процедурата се състои от **седем** работи. Пет от тях са в списания, като една е в списание с импакт фактор; една е глава от книга и една е в процес на рецензиране. Те са публикувани в периода 2009 г. – 2011 г. Всички статии са в съавторство с научния ръководител на дисертанта, като една от тях има и още един съатор. Публикациите обхващат основните резултати представени в дисертацията. Резултати по материали от дисертацията са докладвани многократно на специализирани научни конференции и семинари у нас и в чужбина в периода 2008 – 2011 г., на част от които съм присъствал лично и съм с отлични впечатления от направените изложения. Не са ми представени цитирания на представените публикации на дисертанта.

Д. Авторефератът (35 стр). правилно отразява съдържанието на дисертацията и основните приноси, представени за защита.

Е. Нямам съществени критични бележки, които биха повлияли на положителната ми оценка на представения дисертационен труд. Въпреки това бих си позволил да отбележа следното: (а) цитиранията не навсякъде са направени във възходящ ред, което затруднява четенето; (б) Фиг. 3.5 на стр. 96 е нечетабелна, тъй като няма означения; (в) Фиг. 4.4 на стр. 121 не е

четабелна, тъй като няма легенда за цветовете и не е ясно направеното заключение свързано с нея в края на Гл. 4; (з) същата фигура в автореферата под номер 7 и в черно-бяло и е съвсем нечитабелна; (д); част от цитираните имена на автори, методи и алгоритми са изписани в оригинал, както според мен е правилно, а част са преведени на български или по-точно, изписани на кирилица; (е) публикациите под номера 34, 54 и 55 са без посочена година.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ: Представената ми за рецензиране дисертация удовлетворява всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в БАН и съответния такъв правилник на ИИКТ – БАН. Авторът и, Петя Тодорова Боянова, е показала, че притежава задълбочени познания по тематиката на дисертацията, може да работи самостоятелно и до провежда качествени научни изследвания.

Имайки предвид гореизложеното, убедено препоръчвам на уважаемото Жури да присъди на Петя Тодорова Боянова научната и образователна степен “Доктор” в област на висше образование **4. Природни науки, математика и информатика**, професионално направление **4.5 Математика**, научна специалност **01.01.09 “Изчислителна математика”**.

24.11.2011 г.

София

Рецензент

доц. д-р Красимир Георгиев