

РЕЦЕНЗИЯ

върху дисертационен труд за присъждане на
образователната и научна степен “Доктор”
в Професионално направление: 4.5 Математика,
по научната специалност 01.01.09 “Изчислителна математика”

Автор: Петя Тодорова Боянова

Тема: Оптимални многонивови методи за неконформни крайни елементи
Научен ръководител: проф д.м.н. Светозар Маргенов

Рецензент: проф. дмн Стефка Николаева Димова,
жив. в София, ж.к. “Хр. Смирненски”, ул. “Хемус” бл.62, вх.А, ап.54

Актуалност и значимост на проблема. Предлаганият дисертационен труд е в актуална и интензивно развиваща се област на изчислителната математика. Проблемът за конструиране на оптимални - с изчислителна сложност $O(N)$, където N е размерността на дискретната задача, или близки до тях алгоритми, има важно приложно значение - такива алгоритми правят възможно решаването на сериозни класове реални задачи, при това за разумно време. Тъй като всеки клас задачи има и своите специфични особености, това налага специални подходи за постигане на желаната оптималност. Конструирания в предлагания дисертационен труд оптимални алгоритми са разработени на базата на най-широко използвания метод - метода на крайните елементи (МКЕ) - за решаване на диференциални задачи, но изборът на вида крайни елементи и реализацията му са съобразени със спецификата на разглежданите задачи.

Обзор на съдържанието и приносите в дисертационния труд. Дисертацията съдържа 135 страници, разпределени в Увод, 4 глави, Заключение и библиография от 79 заглавия.

В Увода са формулирани целите на дисертационния труд, използваната методология за осъществяването им, кратко е изложено съдържанието по глави. Приложени са списъци на публикациите по темата на дисертацията, на изнесените доклади и на научните проекти, в които е участвала дисертантката.

В Глава 1 са изложени понятия, методи и резултати, на които се базират изследванията в дисертацията. Върху двумерна елиптична задача от втори ред са систематизирани основни понятия и резултати за МКЕ. Изложени са методите на спрегнатия градиент и обобщенията му за решаване на дискретните задачи, анализирани са свойствата им и са формулирани резултати за сходимостта им. Следва въведение в теорията и приложението на алгебричните двунивови и многонивови преобусловители за елиптични задачи, дискретизирани с конформни и неконформни крайни елементи (КЕ). Формулирани са три леми, които са основа за извеждане на теоретични оценки за константата в усиленото неравенство на Коши-Буняковски-Шварц (УНКБШ). Тази константа характеризира свойствата на разделянето при блочната факторизация

на матрицата на системата, от които пък зависи ефективността на преобусловителите. В частност тя определя качеството на двунивовите разделяния по нива и е необходима за конструиране на стабилизиращия полином при оптималните алгебрични многонивови итерационни методи (AMLI).

Глава 2 е посветена на конструиране на оптимални многонивови методи за параболични задачи, дискретизирани с линейни неконформни КЕ на Крозе-Равиар. Тъй като техниките за преобуславяне за параболични задачи са обобщение на многонивовите методи за елиптични задачи, в п.2.1. са формулирани паралелно елиптична двумерна задача от втори ред с по части постоянни коефициенти и съответната параболична. За дискретизация по пространството се използват неконформни КЕ на Крозе-Равиар, като началната триангулация на областта е съгласувана със скоковете на коефициентите. За дискретизация по времето за параболичната задача е използвана двуслойна схема с тегло.

В п.2.2. е представена конструкция на две йерархични двунивови разделяния (DA и FR), на които се базират AMLI преобусловителите за елиптичната задача, дискретизирана с неконформните КЕ на Крозе-Равиар. Приведени са константите в УНКБШ, в п.2.3. е дадена конструкцията на адитивен преобусловител за водещия диагонален блок в DA разделянето. В п.2.4. DA разделянето е обобщено за дискретната параболична система. Получена е оценката (2.4.25) за константата в УНКБШ за DA разделянето на глобалната матрица на масата и оценки (Теорема 2.4.1.) за допълнението на Шур на конструираната йерархична матрица (2.4.28). От получените резултати следват две възможности за конструиране на AMLI преобусловител за параболичната дискретна задача. За числените експерименти в следващите два пункта е предпочетен единият от тях.

В п.2.5. са сравнени AMLI методи за параболични задачи, дискретизирани с конформни и неконформни КЕ. Матрицата на дискретната задача е представена като сума на матриците на коравина и маса с параметър ζ , зависещ от дискретизацията по времето (стъпката и теглото на двуслойната схема). Получени са равномерни по отношение на мрежова и коефициентна анизотропия оценки на константата в УНКБШ за DA разделяне на матрицата в случая на неконформни КЕ (2.5.34) и на конформни КЕ (2.5.35). Изследвано е числено поведението на константата в УНКБШ в зависимост от произведението на параметъра ζ с лицето на КЕ и в зависимост от мрежовата анизотропия. Предимствата на неконформните КЕ са очевидни в случая на най-силна мрежова анизотропия. Ефективността на техниките за преобуславяне е числено експериментирана в п.2.6. върху две параболични задачи - с известно точно решение и с особеност (прекъснато начално условие). Изследвани са AMLI преобусловители без стабилизация и NLAMLI с 2 и 3 вътрешни итерации на всяко ниво, базирани на DA и на FR разделяния. Направени са сравнения и с други оптимални методи (спрегнат градиент с преобусловител Алгебричен мултигрид). Всички те показват предимствата на NLAMLI за силно анизотропни задачи.

В Глава 3 са предложени и изследвани многонивови методи за дискретни задачи, чиито матрици имат структура на граф-лапласиан с тегла. Такива дискретни задачи се получават при прилагане на смесения МКЕ към двумерни елиптически задачи относно скорости и налягане. Използването на неконформни КЕ на Крозе-Равиар за скоростите и по части константи за налягането е дало възможност скоростите да бъдат изключени, а получената дискретна задача за налягането да е със симетрична положително-полуопределена матрица със структура на граф-лапласиан с тегла. Предложени са йерархични разделяния на тази матрица, зависещи от три параметъра (s, q, t) . Доказана е Лема 3.3.1., от която следва, че във втория диагонален блок на предложеното йерархично разделяне (3.3.21) се възстановява граф-лапласианът на грубата мрежа, а това позволява рекурсивно многонивово обобщение за редица от вложени триангулации. Намерени са стойностите на параметрите s, q, t , които осигуряват локалния минимум (3.3.24) на константата в усиленото неравенство на Коши-Буняковски-Шварц при използване на правоъгълни триъгълни КЕ. В п.3.4. е предложен и изследван преобусловител за водещия диагонален блок на йерархичното разделяне на граф-лапласиана. Предложената конструкция използва полиномиална апроксимация (преобусловител) на обратна матрица. Ако трябва да класирам резултатите в дисертацията по трудност и важност, на първо място поставям тези от п.3.3. и п.3.4.

Свойствата на предложените техники за преобуславяне на граф-лапласиани с тегла са изследвани числено в п.3.5. При различни стойности на параметрите на йерархичното разделяне и различни апроксимации на водещите блокове на това разделяне е изследван броя на итерациите за достигане на зададена относителна точност. Показано е, че предложената полиномиална апроксимация на водещия диагонален блок на йерархичното разделяне води до по-устойчив алгоритъм.

Развитите в Глава 2 и Глава 3 техники са приложени в Глава 4 при конструиране и изследване на многонивови методи за решаване на дискретните задачи, възникващи при прилагане на проекционния метод за нестационарната система уравнения на Навие-Стокс за течение на несвиваем флуид. Предложен е и е реализиран устойчив съставен алгоритъм с оптимална изчислителна сложност, основан на многонивови техники на преобуславяне на системите, възникващи при конвективно-дифузионната и проекционната стъпки в проекционния метод.

В п.4.1. е формулирана гранична задача за нестационарната система уравнения на Навие-Стокс и е обоснован изборът на проекционния подход за численото и решаване - на всяка стъпка по времето се решават отделни задачи за скоростите и налягането. В задачите за скоростите се използват линейните неконформни КЕ на Крозе-Равиар, за които дивергенцията на полето на скоростите е нула вътре в елементите, а в задачата за налягането - по части константи. Това води до устойчиви локално-консервативни дискретизации. Въз основа на този избор в п.4.2. е предложен и реализиран съставен алгоритъм

(Алгоритъм 4.2.1.) за двете линейни подзадачи - за всяка от тях се прилага оптимален многонивов преобусловител, което определя общата оптимална ефективност на алгоритъма.

За двете независими задачи (4.2.8) от параболичен тип на конвективно-дифузионната стъпка се използват предложените в Глава 2 АМЛИ преобусловители за параболични задачи при използване на неконформните КЕ на Крозе-Равиар. На проекционната стъпка за решаване на задачата за налягането, която е със симетрична положително-полуопределена матрица със структура на граф-лапласиан с тегла, се използват преобусловителите от Глава 3.

Числените експерименти в п.4.3. са върху един от характерните тестови примери в механика на флуидите - за течение, породено от движението на безкраен капак по повърхността на пълен с флуид контейнер, в двумерна постановка. Анализирани са сходимостта на многонивовите методи, приложени на трите стъпки на съставния Алгоритъм 4.2.1.. Интересен резултат, но с логично обяснение, е установеният по-малък брой итерации при решаване на параболичните задачи за големи числа на Рейнолдс.

Предложеният труд е написан прецизно и ясно. Прави впечатление акуратното цитиране на резултати на други автори, които по някакъв начин са използвани в дисертацията или просто предхождат тези на дисертанта. Във втора, трета и четвърта глава се съдържат оригинални резултати както от теоретичен, така и от приложен характер. При получаване на теоретичните резултати са преодоляни сериозни трудности, свързани основно с това, че при използване на неконформни елементи крайноелементните пространства, отговарящи на редици от триангулации, не са вложени и това затруднява намирането на подходящи йерархични преобусловители. Акуратно планираните и проведени числени експерименти дават информация за приложимостта и ефективността на предложените алгоритми. Оценявам високо и програмната реализация на всички предложени алгоритми, която изисква сериозни умения, но остава скрита зад останалата част на изложението.

Публикации по темата на дисертационния труд. Резултатите, представени в дисертационния труд, са публикувани в два журнала - JСAM (импакт фактор 1.029 за 2010 г.) и в Теоретична и приложна механика; в глава от книга и в 3 рецензирани сборника с работи на международни конференции - LNCS (2 работи) и AIP Conference Proceedings. Така специфичните условия за придобиване на научни степени в ИИКТ са изпълнени. Пет от публикациите са с един съавтор - научния ръководител, а една е с двама съавтори.

Апробация на резултатите. Резултатите в дисертационния труд са докладвани на специализирани международни конференции - 3 в България и две в чужбина (Чехия, Испания), както и на други форуми в България.

Участие в научни проекти. П. Боянова има активно участие в научни проекти - в 4 проекта, финансирани от НФНИ, и в един на Swedish Research Council.

Автореферат. Авторефератът е на 35 стр. и отразява напълно съдържанието на дисертационния труд. Основните приноси на автора са отразени правилно в Авторската справка.

Лични впечатления. Познавам Петя Боянова отдавна. Като студентка във ФМИ посещаваше курсовете ми, впоследствие беше и моя дипломантка - прецизна, задълбочена, винаги отлично подготвена. Отлични са впечатленията ми и от работата и' като хоноруван асистент към катедра Числени методи и алгоритми на ФМИ. И не на последно място по значение ще отбележа качествата и' като човек - винаги приветлива, тактична в отношенията си с колегите.

Забележки и препоръки. Забелязаните печатни грешки са изключително малко, например:

- на стр.67, 4 отгоре: трябва да бъде "дискретизация с конформни крайни елементи" вместо "дискретизация с неконформни крайни елементи";

-на стр.84, 3 отгоре: трябва да бъде "елементи e_2, e_3, e_4 " вместо "елементи e_1, e_2, e_3 ".

За мен терминът "последователност" (от вложени мрежи) е русизъм - на български би трябвало да се използва "редица" (от вложени мрежи), както и "ред" (на сходимост) вместо "порядък" (на сходимост).

Заклучение: Оценката ми за дисертационния труд, автореферата, научните публикации и научните приноси на Петя Тодорова Боянова е положителна. Представеният дисертационен труд отговаря напълно на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и Правилника за специфичните условия за придобиване на научни степени в ИИКТ, БАН. Всичко това ми дава основание убедено да предложа да бъде присъдена образователната и научна степен "доктор" на Петя Тодорова Боянова в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление: 4.5 Математика, научна специалност: 01.01.09 - "Изчислителна математика".

02.12.2011 г.

гр. София