

## РПБ: Суперкомпютърни приложения в изчислителната механика на флуидите

### 1. Основни дейности и резултати

**Задача 5.1: Задачи за нелинейни околзвуклови течения.** Най-общо, по тази подтема са получени резултати главно в линейния случай, като предпоставка за нелинейния. Конкретно, разглеждат се гранични задачи за тримерното нехомогенно вълново уравнение, както и за четиримерното такова. Те са поставени от Протер като многомерни аналози на класическата задача на Дарбу в равнината. Известно е, че обобщеното решение на задачата на Protter може да има степенна особеност от произволен ред за гладки десни страни. Сингулярността е изолирана в една точка – върха на светлинния характеристичен конус от границата на областта и при това не се разпространява по конуса. Изследвано е некласическото разпространение на особеностите на решенията за широки класове десни страни, за които коядрото на задачата е крайномерно. Изведени са точни формули за асимптотичното развитие на обобщените решения в отрицателни степени на разстоянието до точката на сингулярност. Намерени са необходими и достатъчни условия за съществуване на особеност от конкретна степен. Получени са априорни оценки за обобщеното решение. Направени са числени пресмятания за конкретни решения на задачата на Протер в различните случаи и резултатите са представени като тримерни графики. Изследван е също общия случай на гладка дясна част. Задачата не е фредхолмова, тъй като операторът има безкрайномерно коядро. Доказано е съществуване на ограничено решение за достатъчно гладка дясна страна ортогонална на коядрото. Получени са априорни оценки за решението. Изследвани са гранични задачи, предложени от Протер за тримерно слабо хиперболично уравнение със степенно израждане. Получена е оценка отгоре за обобщеното решение в случая, когато дясната страна е тригонометричен полином. Тези резултати добре „кореспондират“ със споменатите оценки отдолу, както и със съответните известни резултати за задачата на Протер за вълновото уравнение. Получени са нови нетривиални решения на хомогенните спрегнати гранични задачи на Protter за слабо хиперболично уравнение със степенно израждане. Изследван е въпросът за единственост на квазирегулярни решения на уравнения от смесен тип. Разгледани са уравнения от типа на Трикоми и уравнения от типа на Келдиш. За тези уравнения са разгледани гранични задачи във въведени от Протер области, които са ограничени от две характеристични повърхнини и една нехарактеристична граница, лежаща в равнината на параболично израждане на уравненията. Показано е, че задачите на Протер с данни върху нехарактеристичната част от границата и върху вътрешната характеристична повърхнина за уравнение от типа Келдиш с нулеви или специални ненулеви коефициенти имат безкрайномерни ядра, състоящи се от класически решения. Изследвани са моделни гранични задачи за квазилинейно хиперболично уравнение, около линията на смяна на типа. Получени са резултати за съществуване. По тези теми са работили: Н. Попиванов, Т. Попов, Цв. Христов, А. Николов (публикации [DPP\_09s], [PPS\_09s], [PPS\_09p], [PP1\_09p], [PP2\_09p], [PSH\_09p], [PN\_09p], [KTPP\_09p]).

**Задача 3.2: Процеси на омокряне и течения на нанофлуиди върху топографски структури с хетерогенна повърхност.** Разработен е нов вариационен модел на движение на трифазната контактна линия която формира течност във флуидна среда, която омокря хетерогенна твърда повърхност, съставена от няколко различни химически материала с рязка граница между частите с различни повърхностни енергии. Моделът е приложен за изследване на квази-статичното движение на контактната линия в експеримента на Вилхелм: твърда пластина се движи вертикално в съд с течност в режим на частично омокряне. Повърхността на пластината е хетерогенна, състояща се от хомогенна основа с периодични по (x)- и (y)- оста кръгли дефекти с различна повърхностна енергия. Разработена е програма за числено симулиране на движението на тримерния менискус и на трифазната контактна линия при различни скорости на пластината. Програмата е приложима за изследване хетерогенна повърхност от произволно разположени парчета с разнообразни форми. Програмата е написана на C++ с използването на OpenMP. Разработва се версия на програмата за работа под MPI. Получени са критични скорости (и съответно критични контактни ъгли), над които не съществува периодично движение на контактната линия. За различни скорости на пластината, за които се достига до периодично движение на контактната линия, е получен осреднения по времето ефект на дефектите върху омокрящата сила (чрез която се дефинира ефективен контактен ъгъл за хетерогенната повърхност). За тестването на числения метод и за обосновка на теоретичния модел са получени асимптотични решения за случая на движение на хомогенна пластина, в реализация на модела на дисипация на контактната линия, в която се отчита влиянието на основните канали на дисипация. Асимптотичните решения са сравнени чрез използване на мултикритериален подход с

експериментални данни (С. Илиев, Ст. Радев). Предложен е двузонен модел на процеса на изтегляне на стъклоvlakна от стопилки. Получени са нови резултати, които съществено разширяват диапазона на скоростта на изтегляне до използваните в промишлени условия. Получени са нови резултати за неососиметричната неустойчивост на капилярни струи. Получени са оригинални резултати, които запълват една празнина в теорията на капилярните струи. Това се дължи на включването в разглежданията на по-високите моди, както и на отчитането на ефекта на вискозността. Предложен е нов числен метод за моделиране на процеса на изтегляне на стъклоvlakна в стационарни условия. Зоната на изтегляне е разбита на две подзони: на стопилката и на втвърденото vlakно. Изследвани са ефектите на числото на Стентон и на радиационното число, както и ефектът на съпротивлението на въздуха (Ст. Радев). Резултати по тези задачи са представени в [BR\_09a], [IPN\_09a], [IPN\_09p], [RO\_09p], [RBO\_09,]

## **2. Публикации по темата на проекта, където е цитиран ДО 02-115/08**

### **а) излезли от печат**

#### **б) приети за печат**

[BR\_09a] Baltov A., Radev St., Some New Approaches for Modeling the Technological Processes by Continuum Mechanics, Proc.of the 11th National Congress on Theoretical and Applied Mechanics, Borovetz, September 2-5, 2009

[IPN\_09a] S. Iliev, N. Pesheva, V. Nikolayev, Dynamic study of the contact angle hysteresis in the presence of periodic defects. 11-th National Congress on Theoretical and Applied Mechanics , Borovets, Bulgaria, September 2-5, 2009

#### **в) изпратени за публикуване**

[DPP\_09s] L. Dechevsky, N. Popivanov, T. Popov, Asymptotic expansions of singular solutions of Protter problem, SIAM JMA

[PPS\_09s] N. Popivanov, T. Popov, R. Scherer, Semi-Fredholm solvability of 3+1 –D Protter problems, JMAA

[IPI\_09s] S. Iliev, N. Pesheva, D. Iliev, Asymptotic solutions for the relaxation of the contact line in the Wilhelmy-plate geometry: the contact line dissipation approach, Physical Review E

#### **г) в процес на подготовка**

[PPS\_09p] N. Popivanov, T. Popov, R. Scherer, Semi-Fredholm solvability of Protter boundary value problem

[PP1\_09p] N. Popivanov, T. Popov, Estimates for the singular solutions of the Protter's problem for degenerated hyperbolic equation

[PP2\_09p] N. Popivanov, T. Popov, Nontrivial solutions of 3–D Darboux problems for a class of degenerate hyperbolic equations

[PSH\_09p] N. Popivanov, M. Schneider, T. Hristov, On Uniqueness of Quasi-regular Solutions for Equations of Mixed Type in  $R^3$

[PN\_09p] N. Popivanov, A. Nikolov, Exact behavior of Singular Solutions for (3+1)-D Protter Problem with lower order terms

[KTPP\_09p] B. Kefitz, A. Tessedal, K. Payne, N. Popivanov, The Sonic Line as a Free Boundary

[IPN\_09p] S. Iliev, N. Pesheva, V. Nikolayev, Dynamics and depinning of the triple contact line in the presence of periodic surface defects

[RO\_09p] Radev St., Onofri F., Bending instability of viscous capillary jets

[RBO\_09p] Radev St., Boyadjiev T., Onofri F., A Model of Steady Glass Fiber Drawing Process as a Non-Linear Eigenvalue Problem

## **3. Презентации и доклади**

- [1] Н. Попиванов, Т. Попов, Цв. Христов, Участие в Българо-германския семинар за виртуална реалност 2nd CoVE Meeting, 23-24 април, София.
- [2] Т. Попов, Изнесен доклад на тема „Semi-Fredholm solvability of (3+1) –D Protter problems“ на международната конференция MASSEE International Congress on Mathematics, MICOM 2009, 16 – 20 Септември 2009, Охрид.
- [3] Цв. Христов, Изнесен доклад на тема „On Uniqueness of Quasi-regular Solutions for Equations of Mixed Type in  $R^3$  “ на международната конференция MASSEE International Congress on Mathematics, MICOM 2009, 16 – 20 Септември 2009, Охрид.
- [4] Н. Попиванов, Участие в Българо-германския семинар за виртуална реалност 3rd CoVE Meeting, 17-18 Септември 2009, Старосел.
- [5] Н. Попиванов, Изнесен доклад на тема „Morawetz-Protter Multidimensional Problems“, Conference on Non-linear Phenomena in Mathematical Physics, Nalchik, Russia, May 17-22, 2009
- [6] Н. Попиванов, Поканен доклад на Семинара по Частни Диференциални Уравнения, University of Columbus, Ohio, USA, October 13, 2009
- [7] Н. Попиванов, Доклад на Семинара на Проф. Р. Ръсел, Vancouver, Canada, October 19, 2009
- [8] Н. Попиванов, Поканен доклад на 2009 Fall Eastern Section Meeting University Park, PA, October 24-25, 2009
- [9] Н. Попиванов, Поканен доклад на Российско-китайский симпозиум "Комплексный анализ и его приложения", Россия, Москва, ИПУ РАН, 25-28 октябрия 2009 г.
- [10] Пленарен доклад на 11-тия Национален конгрес по теоретична и приложна механика
- [11] Baltov A., Radev St., Some New Approaches for Modeling the Technological Processes by Continuum Mechanics, *Proc. of the 11th National Congress on Theoretical and Applied Mechanics*, Borovetz, September 2-5, 2009, (2009)
- [12] S. Iliev, N. Pesheva, V. Nikolayev, Dynamic study of the contact angle hysteresis in the presence of periodic defects. 11-th National Congress on Theoretical and Applied Mechanics , Borovets (Hotel Samokov), Bulgaria, 2-5 September 2009.

#### **4. Други**

- [1] Участие в изготвяне на проект за оборудване за 3D визуализационна система в Лабораторията по визуализация и компютърна симулация във ФМИ на СУ „Св. Климент Охридски“ (Н. Попиванов, Т. Попов, Цв. Христов)
- [2] Участие в комисия по тръжна процедура за избор на доставчик на прожектори и управляваща работна станция за Лабораторията по визуализация и компютърна симулация във ФМИ на СУ „Св. Климент Охридски“ (Н. Попиванов, Т. Попов)
- [3] Участие в подготовката на тръжната процедура и в комисията по оценяване и класиране на постъпилите предложения за избор на доставчик на екран, контролен монитор, поляризационни филтри и очила за Лабораторията по визуализация и компютърна симулация във ФМИ на СУ „Св. Климент Охридски“ (Н. Попиванов, Т. Попов)